Fiche bilan – Corrigé

Exercice 1 – Automatismes

n°	Réponse	Explication
1	**20 cm**	5 × 4 = 20
2	**48°**	Un agrandissement ne change pas les angles.
3	**Une réduction**	$\frac{3}{4} < 1$
4	**1,5**	18 ÷ 12 = 1,5
5	$\frac{1}{5}$ (soit 0,2)	Si B est un agrandissement de A de rapport k, alors A est une réduction de B de rapport $\frac{1}{k}$.
6	**b) 20 × 30**	20 ÷ 10 = 2 et 30 ÷ 15 = 2 : les deux longueurs sont multipliées par le même nombre. Pour d), 30 ÷ 10 = 3 mais 40 ÷ 15 ≈ 2,67.
7	**45 cm²**	Aire multipliée par $3^2 = 9$: 5 × 9 = 45
8	**b)** $\frac{1}{4}$	Aire multipliée par $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$
9	**16 cm³**	Volume multiplié par $2^3 = 8$: 2 × 8 = 16
10	**2 cm³**	Volume multiplié par $(\frac{1}{3})^3 = \frac{1}{27}$: 54 ÷ 27 = 2
11	**Oui**	Le 3e angle de ABC mesure 180° − 30° − 70° = 80°. ABC et DEF ont donc deux angles égaux (70° et 80°).
12	**c) 6 ; 9 ; 12**	Chaque longueur est multipliée par 3. Pour d), 4 ÷ 2 = 2 mais 7 ÷ 4 = 1,75.

Exercice 2 – Deux triangles rectangles

1. La somme des angles d'un triangle vaut 180°.
   Dans le triangle ABC : AĈB = 180° − 90° − 60° = **30°**. Dans le triangle DEF : ED̂F = 180° − 90° − 30° = **60°**.
2. Les triangles ABC et DEF ont deux angles homologues égaux (BÂC = ED̂F = 60° et AĈB = EF̂D = 30°), donc **ils sont semblables**.
3. Les sommets homologues sont A et D (angles de 60°), B et E (angles droits), C et F (angles de 30°).

Côtés du triangle ABC	AB = 4 cm	BC	AC = 8 cm
Côtés homologues du triangle DEF	DE	EF	DF = 12 cm

4. Les triangles sont semblables, donc leurs côtés sont proportionnels :
   DE = $\frac{AB \times DF}{AC} = \frac{4 \times 12}{8}$ = **6 cm**
   Autre méthode : le rapport est k = $\frac{DF}{AC} = \frac{12}{8}$ = 1,5, donc DE = 4 × 1,5 = 6 cm.
5. Le triangle ABC est rectangle en B. D'après le **théorème de Pythagore** : $AC^2 = AB^2 + BC^2$, donc $BC^2 = 8^2 - 4^2 = 64 - 16 = 48$.
   BC = $\sqrt{48}$ ≈ **6,9 cm**. Puis EF = BC × 1,5 ≈ 6,928 × 1,5 ≈ **10,4 cm**.
6. Les longueurs du triangle ABC sont multipliées par 1,5. Comme 1,5 > 1, le triangle DEF est un **agrandissement** du triangle ABC **de rapport 1,5**.

Exercice 3 – Semblables ou pas ?

1. Dans le triangle RST, le plus grand côté est [RT].
   D'une part, $RT^2 = 6^2 = 36$. D'autre part, $RS^2 + ST^2 = 3{,}6^2 + 4{,}8^2 = 12{,}96 + 23{,}04 = 36$.

Donc $RT^2 = RS^2 + ST^2$. D'après la **réciproque du théorème de Pythagore**, le triangle RST est **rectangle en S**.

2. On range les côtés de chaque triangle du plus petit au plus grand et on calcule les quotients :

   $\frac{UV}{RS} = \frac{9}{3,6} = 2,5$; $\frac{VW}{ST} = \frac{12}{4,8} = 2,5$; $\frac{UW}{RT} = \frac{15}{6} = 2,5$

   Les côtés sont proportionnels, donc les triangles RST et UVW sont **semblables** (UVW est un agrandissement de RST de rapport 2,5).

3. Le sommet S est commun aux côtés [RS] et [ST] ; son homologue est le sommet commun aux côtés [UV] et [VW], c'est-à-dire V. Deux triangles semblables ont des angles homologues égaux, donc $U\hat{V}W = R\hat{S}T = 90°$. Le triangle UVW est **rectangle en V**.

Exercice 4 – La pyramide du Louvre

1. 35,4 m = 3 540 cm et 21,6 m = 2 160 cm.

   Côté de la base : $3\,540 \times \frac{1}{200} =$ **17,7 cm**. Hauteur : $2\,160 \times \frac{1}{200} =$ **10,8 cm**.

2. $V = \frac{35,4^2 \times 21,6}{3} = \frac{1\,253,16 \times 21,6}{3} = 9\,022,752$, soit **environ 9 023 m³**.

3. Les volumes sont multipliés par $k^3 = (\frac{1}{200})^3 = \frac{1}{8\,000\,000}$.

   Volume de la maquette = 9 022,752 ÷ 8 000 000 = 0,001 127 844 m³ = 1 127,844 cm³, soit **environ 1 128 cm³**.

   Vérification : avec les dimensions de la maquette, $\frac{17,7^2 \times 10,8}{3} \approx 1\,128$ cm³.

4. Masse ≈ 1 127,844 × 2,5 ≈ 2 820 g, soit environ 2,8 kg. Comme 2,8 kg < 3 kg, **le vendeur a raison**.

Exercice 5 – Le verre à cocktail

1. $V = \frac{\pi \times 5^2 \times 12}{3} = \frac{\pi \times 25 \times 12}{3} = \pi \times 25 \times 4 =$ **100π cm³ ≈ 314 cm³**.

2. Le rapport de réduction est $k = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$.

3. Volume de sirop = $100\pi \times (\frac{2}{3})^3 = 100\pi \times \frac{8}{27} = \frac{800\pi}{27} \approx$ **93 cm³**.

4. **Non, Tom a tort.** Le volume n'est pas multiplié par $\frac{2}{3}$ mais par $(\frac{2}{3})^3 = \frac{8}{27} \approx 0,30$. Le sirop occupe donc environ 30 % du volume du verre (93 cm³ sur 314 cm³), soit moins du tiers, et non les deux tiers (qui représenteraient environ 209 cm³).

5. On cherche le rapport k tel que $k^3 = \frac{1}{8}$. Or $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$, donc $k = \frac{1}{2}$. Il faut remplir le verre jusqu'à $12 \times \frac{1}{2} =$ **6 cm** de hauteur.

Exercice 6 – Soirée pizzas

Méthode 1 : avec les agrandissements. On note A l'aire d'une pizza moyenne.

- La grande pizza est un agrandissement de la moyenne de rapport $\frac{30}{20} = 1{,}5$: son aire vaut $1{,}5^2 \times A = 2{,}25$ A.
- La géante est un agrandissement de la moyenne de rapport $\frac{40}{20} = 2$: son aire vaut $2^2 \times A = 4$ A.

Méthode 2 : en calculant les aires (aire d'un disque = $\pi \times r^2$) : moyenne $\pi \times 10^2 \approx 314$ cm² ; grande $\pi \times 15^2 \approx 707$ cm² ; géante $\pi \times 20^2 \approx 1\,257$ cm².

Achats possibles avec 24 € :

Achat	Prix	Quantité de pizza
4 moyennes	24 €	4 A ≈ 1 257 cm²
2 grandes	24 €	4,5 A ≈ 1 414 cm²
1 grande + 2 moyennes	24 €	4,25 A ≈ 1 335 cm²
1 géante	22 €	4 A ≈ 1 257 cm²

Conclusion : pour 24 €, le meilleur achat est **2 grandes pizzas**. On peut remarquer qu'une géante contient autant de pizza que 4 moyennes, mais coûte 2 € de moins.