Fiche d'exercices bilan

Exercices de type brevet pour réviser le chapitre en autonomie. La calculatrice est autorisée, sauf pour l'exercice 1. Les étoiles indiquent la difficulté (★ facile, ★★ moyen, ★★★ plus exigeant). Si tu bloques, des coups de pouce sont donnés à la fin de la fiche.

L'essentiel du chapitre

- Deux triangles sont **semblables** s'ils ont leurs angles deux à deux égaux. Il suffit de vérifier **deux** paires d'angles.
- Deux triangles sont semblables si et seulement si leurs **côtés homologues sont proportionnels**.
- Dans un **agrandissement** ou une **réduction** de rapport k, toutes les longueurs sont multipliées par k (k > 1 : agrandissement ; k < 1 : réduction). Les angles ne changent pas.
- Les **aires** sont multipliées par $\mathbf{k^2}$ et les **volumes** par $\mathbf{k^3}$.

Exercice 1 – Automatismes (sans calculatrice) ★☆☆

Pour chaque question, donner la réponse sans justifier.

1. Un rectangle de 3 cm sur 5 cm est agrandi avec un rapport 4. Quelle est la longueur du rectangle obtenu ?
2. Une figure est agrandie avec un rapport 2,5. Un de ses angles mesure 48°. Quelle est la mesure de cet angle sur la figure agrandie ?
3. Une figure est transformée avec un rapport $\frac{3}{4}$. S'agit-il d'un agrandissement ou d'une réduction ?
4. Un segment de 12 cm mesure 18 cm après un agrandissement. Quel est le rapport de cet agrandissement ?
5. La figure B est un agrandissement de la figure A de rapport 5. La figure A est donc une réduction de la figure B de rapport… ?
6. Une photo mesure 10 cm sur 15 cm. Lequel de ces formats (en cm) est un agrandissement de cette photo ?

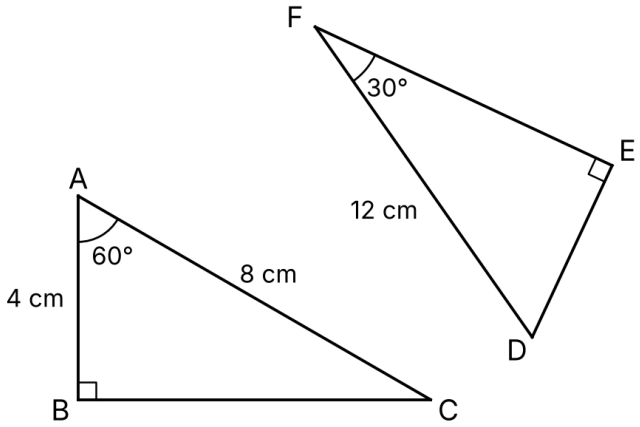
   a) 15 × 20 **b)** 20 × 30 **c)** 25 × 35 **d)** 30 × 40
7. Une figure a une aire de 5 cm². On l'agrandit avec un rapport 3. Quelle est l'aire de la figure obtenue ?
8. On réduit une figure avec un rapport $\frac{1}{2}$. Son aire est multipliée par :

   a) $\frac{1}{2}$ **b)** $\frac{1}{4}$ **c)** $\frac{1}{8}$ **d)** 2
9. Un cube a un volume de 2 cm³. On l'agrandit avec un rapport 2. Quel est le volume du cube obtenu ?
10. Un solide de volume 54 cm³ est réduit avec un rapport $\frac{1}{3}$. Quel est le volume du solide obtenu ?
11. Un triangle ABC a deux angles qui mesurent 30° et 70°. Un triangle DEF a deux angles qui mesurent 70° et 80°. Ces deux triangles sont-ils semblables ? Répondre par « oui », « non » ou « on ne peut pas savoir ».
12. Les côtés d'un triangle mesurent 2 cm, 3 cm et 4 cm. Lequel de ces triangles lui est semblable (longueurs en cm) ?

    a) 4 ; 5 ; 6 **b)** 3 ; 4 ; 5 **c)** 6 ; 9 ; 12 **d)** 4 ; 6 ; 7

Exercice 2 – Deux triangles rectangles ★★☆

Sur la figure ci-dessous, qui n'est pas en vraie grandeur, le triangle ABC est rectangle en B et le triangle DEF est rectangle en E.



1. Calculer la mesure de l'angle AĈB, puis celle de l'angle ED̂F.
2. En déduire que les triangles ABC et DEF sont semblables.
3. Recopier et compléter le tableau suivant avec les côtés homologues.

Côtés du triangle ABC	AB	BC	AC
Côtés homologues du triangle DEF	…	…	…

4. Calculer la longueur DE.
5. Calculer la longueur BC, arrondie au dixième de cm. En déduire la longueur EF, arrondie au dixième de cm.
6. Le triangle DEF est-il un agrandissement ou une réduction du triangle ABC ? Préciser le rapport.

Exercice 3 – Semblables ou pas ? ★★☆

On considère deux triangles :

- le triangle RST tel que RS = 3,6 cm, ST = 4,8 cm et RT = 6 cm ;
- le triangle UVW tel que UV = 9 cm, VW = 12 cm et UW = 15 cm.

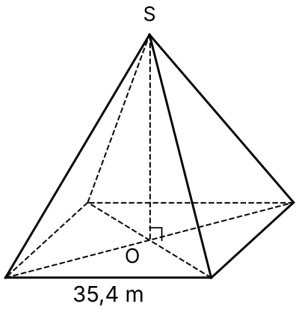
1. Démontrer que le triangle RST est rectangle en S.
2. Démontrer que les triangles RST et UVW sont semblables.
3. Sans calcul supplémentaire, en déduire la nature du triangle UVW. Préciser le sommet de l'angle droit.

Exercice 4 – La pyramide du Louvre ★★☆

La pyramide du Louvre, à Paris, est une pyramide à base carrée de 35,4 m de côté. Sa hauteur [SO] mesure 21,6 m (valeurs arrondies).

Une boutique de souvenirs vend une maquette **en verre plein** de cette pyramide. Cette maquette est une réduction de rapport $\frac{1}{200}$ de la vraie pyramide.

Rappel : volume d'une pyramide = $\frac{aire\ de\ la\ base \times hauteur}{3}$

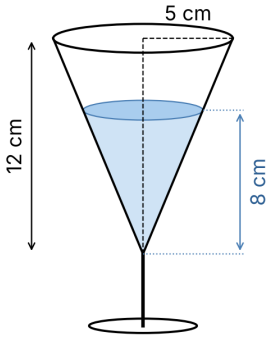


1. Calculer, en cm, la longueur du côté de la base et la hauteur de la maquette.
2. Calculer le volume de la vraie pyramide, arrondi au m³.
3. En utilisant le rapport de réduction, calculer le volume de la maquette en cm³, arrondi à l'unité. On rappelle que 1 m³ = 1 000 000 cm³.
4. Le verre utilisé a une masse de 2,5 g par cm³. Le vendeur affirme que la maquette pèse moins de 3 kg. A-t-il raison ?

Exercice 5 – Le verre à cocktail ★★★

Le récipient d'un verre à cocktail a la forme d'un cône de révolution de 12 cm de hauteur et dont la base a un rayon de 5 cm.

Rappel : volume d'un cône = $\frac{\pi \times r^2 \times h}{3}$ (r : rayon, h : hauteur)



1. Montrer que le volume du verre est égal à 100π cm³, puis en donner une valeur arrondie au cm³.
2. Tom verse du sirop dans le verre jusqu'à une hauteur de 8 cm, mesurée depuis la pointe du cône. Le sirop forme un petit cône qui est une réduction du verre. Quel est le rapport de cette réduction ?
3. En déduire le volume de sirop, arrondi au cm³.
4. Tom affirme : « J'ai rempli le verre jusqu'aux deux tiers de sa hauteur, donc il est rempli aux deux tiers de son volume. » A-t-il raison ? Justifier.
5. Jusqu'à quelle hauteur faut-il remplir le verre pour que le liquide occupe exactement $\frac{1}{8}$ de son volume ?

Exercice 6 – Soirée pizzas (prise d'initiative) ★★★

Lina et ses amis disposent de 24 € pour acheter des pizzas. Dans cette pizzeria, toutes les pizzas sont rondes, ont la même épaisseur et la même garniture. Voici les tarifs :

Taille	Moyenne	Grande	Géante
Diamètre	20 cm	30 cm	40 cm
Prix	6 €	12 €	22 €

Quel achat leur permet d'avoir la plus grande quantité de pizza pour 24 € au maximum ? Justifier la réponse.
Toute piste de recherche, même non aboutie, mérite d'être notée.

Coups de pouce

- **Ex. 2 :** pour la question 1, la somme des angles d'un triangle vaut 180°. Pour la question 4, utilise le tableau de la question 3, ou calcule d'abord le rapport $\frac{DF}{AC}$. Pour la question 5, pense au théorème de Pythagore dans le triangle ABC.
- **Ex. 3 :** pour la question 1, pense à la réciproque du théorème de Pythagore. Pour la question 3, deux triangles semblables ont des angles homologues égaux : quel sommet de UVW correspond au sommet S ?
- **Ex. 4, question 3 :** le volume est multiplié par $(\frac{1}{200})^3$.
- **Ex. 5, question 5 :** cherche un nombre k tel que $k^3 = \frac{1}{8}$.
- **Ex. 6 :** la grande pizza est un agrandissement de la moyenne : de quel rapport ? Par combien son aire est-elle multipliée ? Tu peux aussi calculer l'aire de chaque pizza (aire d'un disque = π × r²).