Chapitre 3 : Nombres décimaux et fractions décimales

I. Définitions et exemples

Définition : Une fraction décimale est une fraction dont le numérateur est entier et le dénominateur est 10, 100, 1000…

Exemple : $\frac{1}{10}$; $\frac{7}{10}$; $\frac{1}{100}$ et $\frac{1}{1000}$ sont des fractions décimales.

Définition : Un nombre décimal est un nombre qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale.

Remarque : Un nombre décimal est à un nombre qui peut avoir une virgule mais qui a un nombre fini de chiffres après la virgule.

Exemple : 0,1 ; 0,7 ; 0,01 et 0,001 sont des nombres décimaux.

Exemple :

$$12{,}56 = \frac{1\,256}{100} \qquad 0{,}025 = \frac{25}{1\,000}$$

II. Décomposition d'un nombre décimal

Partie entière	Partie décimale					
	dixièmes	centièmes	millièmes	Dix-millièmes	Cent-millièmes	Millionièmes

Grâce au tableau ci-dessus, on peut décomposer un nombre décimal sous la forme d'une somme d'un nombre entier et de fractions décimales.

Exemples :
15,931 peut se lire « quinze virgule neuf-cent-trente-et-un ».

Partie entière	Partie décimale					
	Dixièmes	Centièmes	Millièmes	Dix-millièmes	Cent-millièmes	Millionièmes
15,	9	3	1			

$$15{,}931 = 15 + \frac{9}{10} + \frac{3}{100} + \frac{1}{1000}$$

Donc, 15,931 peut se lire aussi « quinze unités, neuf dixièmes, trois centièmes et un millième ».

Partie entière	Partie décimale					
	Dixièmes	Centièmes	Millièmes	Dix-millièmes	Cent-millièmes	Millionièmes
15,	9	3	1			

$$15{,}931 = 15 + \frac{931}{1000}$$

Donc, 15,931 peut aussi se lire « quinze unités et neuf-cent-trente-et-un millièmes ».

Partie entière	Partie décimale					
	Dixièmes	Centièmes	Millièmes	Dix-millièmes	Cent-millièmes	Millionièmes
15,	9	3	1			

$$15{,}931 = \frac{15\,931}{1000}$$

Donc, 15,931 peut aussi se lire « quinze-mille-neuf-cent-trente-et-un millièmes ».

Définition : L'écriture d'une fraction sous la forme d'un nombre mixte consiste à l'exprimer comme la somme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.

Exemple : $\frac{23}{10} = 2{,}3 = 2 + \frac{3}{10}$ -> $2 + \frac{3}{10}$ est le nombre mixte égal à $\frac{23}{10}$.

Définition : Si a est un nombre entier, la fraction $\frac{a}{100}$ se note a %.

Exemple : $\frac{25}{100}$ se note 25 %.

III. Comparaison de nombres décimaux

Définition : Comparer deux nombres, c'est déterminer lequel des deux est le plus grand (ou le plus petit) ou s'ils sont égaux.

Méthode :

- On commence par comparer les parties entières : si elles sont différentes, le nombre qui a la plus grande partie entière est le plus grand.
- Si les deux nombres ont la même partie entière, on compare leurs chiffres des dixièmes : s'ils sont différents, le nombre qui a le plus grand chiffre des dixièmes est le plus grand.
- Si les deux nombres ont le même chiffre des dixièmes, on fait de même avec les centièmes, les millièmes…

Exemples :

1) Comparer $14{,}12$ et $11{,}865$:
   Ici, $14 > 11$, donc $14{,}12 > 11{,}865$ et se lit « $14{,}12$ est supérieur à $11{,}865$ ».
2) Comparer $27{,}28$ et $27{,}6$:
   Ici, les parties entières sont égales.
   On compare alors les chiffres de dixièmes : $2 < 8$ donc $27{,}28 < 27{,}6$.
3) Comparer $8{,}017\,1$ et $8{,}015\,9$:
   Ici, les parties entières sont égales, ainsi que les chiffres de dixièmes et les chiffres de centièmes.
   On compare alors les chiffres des millièmes : $7 > 5$ donc $8{,}0171 > 8{,}0159$.

Définitions :

- Ranger des nombres dans l'ordre croissant, c'est les ranger du plus petit au plus grand.
- Ranger des nombres dans l'ordre décroissant, c'est les ranger du plus grand au plus petit.

Remarques :

- Pour ranger les nombres dans l'ordre croissant, on commence par chercher le plus petit nombre.
  Quand on range des nombres dans l'ordre croissant, on les sépare avec le symbole « < ».

- Pour ranger les nombres dans l'ordre décroissant, on commence par chercher le plus grand nombre. Quand on range des nombres dans l'ordre décroissant, on les sépare avec le symbole « > ».

IV. Encadrement d'un nombre décimal

Définition : Encadrer un nombre, c'est trouver un nombre qui lui est inférieur et un autre qui lui est supérieur.

Exemples :

1) Donner un encadrement à l'unité de $12,27$:
On veut encadrer $12,27$ entre deux nombres dont la différence est une unité.
$$12 < 12{,}27 < 13$$
On lit « $12,27$ est compris entre 12 et 13 ».

2) Donner un encadrement au dixième de $3,526$:
On veut encadrer $3,526$ entre deux nombres dont la différence est un dixième.
$$3{,}5 < 3{,}526 < 3{,}6$$
On lit « $3,526$ est compris entre $3,5$ et $3,6$ ».

3) Donner un encadrement au centième de $1,159$:
$$1{,}15 < 1{,}159 < 1{,}16$$

4) Donner un encadrement au millième de $7,145\,9$:
$$7{,}145 < 7{,}145\,9 < 7{,}146$$

V. Repérage sur une demi-droite graduée

